RISPOSTA DI UN'ANONIMO AL CELEBRE SIG. ROUSSEAU CIRCA AL SUO...

Giuseppe Tartini

RISPOSTA

DI UN' ANONIMO

AL CELEBRE SIG. ROUSSEAU

Circa al ſuo ſentimento in propoſito d' alcune propoſizioni del Sig. Giuſeppe Tartini.

IN VENEZIA,

MDCCLXIX.

Appresso Antonio de Castro,
Alla Libreria della Coſtanza.
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

PREAMBULO.

A Chi è curioſo di ſaper ch'io mi ſia, riſpondo che ſono un amatore del vero, di che in queſto Foglio dò un pubblico riſcontro. Pervenutomi in mano il Dizionario di Muſica del Celebre M. Rouſſeau, in più luoghi del quale parzialità rilevai di queſto famoſo Soggettò per il Trattato di Muſica del Sig. Tartini inſigne Profſeſſore di Violino in Padova, del quale Trattato eſſo M. Rouſſeau ha fatto, e pubblicato nello ſteſſo Dizionario il traſſunto, mentre lo andavo con qualche attenzione ſcorrendo, avvenutomi in un periodo di queſto traſſunto, in cui M. Rouſſeau di propria ſentenza dice, che la ivi aſſegnata dimoſtrazione del Sig. Tartini non è generale, e che il medeſimo

per le sue dimostrazioni combinando quantità eterogenee, queste nulla conchiudono per il di lui intento, quì seriamente mi fermai per rilevare, o il vero, o il falso delle due asserzioni. Parziale anch'io di quel musicale sistema, e concorde con M. Rousseau nell'asserirlo sistema di profondità, e di genio, egualmente che di lunghezza, ed oscurità, sull'esame delle due asserzioni mi fissai con tutta l'intensità di spirito, mercè che dalla verificazione di queste, rimanendo interamente distrutto il detto sistema, mi avrei trovato inavvedutamente parziale del falso. Con grave fatica per il numerico modo di quella, e di altre dimostrazioni nello stesso Trattato sembrandomi d'aver scoperto il vero, ma non fidandomi abbastanza, passato a Padova, volli personalmente conferire con l'Autore. Nel di lui numerico modo conto esatto egli mi rese di quella, e di altre sue dimostrazioni, le quali da me riportate alla Geometria tutte trovai geometricamente verificate. Confermatomi dall'Autore quanto mi sembrava d'avere scoperto, e conchiuso, mi compiaqui di aver colto col mio talento nel vero. Ma poi ben altrettanto mi sorprese il rilevare a geometrico confronto quale e quanta sia la facoltà del numero inteso nel senso, ed applicato nel modo di tale Autore, il quale se dice di non saper Geometria dice il vero, e

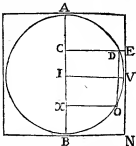
ne

10 io testimonio di fatto; ma di saper-
a ha certamente bisogno, se a qualun-
eometrica prova reggono le sue numeri-
imostrazioni. E qual Geometra può di-
si da sorpresa, vedendosi sotto gl' occhi
trata col numero la realità, la facoltà, e
nella Geometria del mezzo contrarmo-
di cui si sa ben la definizione, ma
iso, e dell' applicazione del medesimo
Geometria non si ha fin' ora esempio
o? In questo foglio si vedrà la verità
tto, il quale tanto più sorprenderebbe,
endomi il detto Autore dimostrata col
ro la facoltà di questo mezzo applicato
ifica, un breve foglio quale mi sono
sto bastasse alla lunga spiegazione, che a
sogno si richiede. Ma qui più oltre non
pegno, che di convincere di falsità le
asserzioni di M. Rousseau nel suddetto
lo contenute. A ciò m'impegno, per-
la me rilevato costante il sentimento
ig. Tartini di non volere impetere con-
M. Rousseau per la stima di un tanto
), alla quale non vuol derogare con
bblica scoperta del di lui sbaglio, a-
e del vero come io sono sicuro del-
rità che propongo e dimostro, ascrivo
debito il sostenerla e pubblicarla. Bi-
ta la stima che ho anch'io di M. Rous-
con il pubblico benefizio che dalla sco-

perta di una luminosa verità gravida di molte eltre necessariamente deriva, da questa parte la bilancia trabocca, e però m'accingo all'impresa.

LA numerica dimostrazione del Sig. Tartini fondata sulli tre termini 3, 5, 7, è a carte 12. del secondo Capitolo del di lui Trattato di Musica stampato l'anno 1754. nel Seminario di Padova; ivi si apporta come un'esempio per dimostrare il Circolo con legge armonica costruito, perchè qualunque seno dedotto dalle parti del diametro diviso in qualunque ragione, rispetto alle quali è mezzo geometrico, dimostrandosi mezzo armonico rispetto alla proporzione geometrica discreta con i tre mezzi determinati; armonico, aritmetico, e contrarmonico, formara, e dedotta dalla ragione in cui sono le dette parti, si conclude che la linea circolare sia la somma di infiniti radicali armonici, come quella di cui tutti li punti determinano e costituiscono radicale armonico qualunque linea perpendicolare al di lei diametro, e però sia essa necessariamente con legge armonica costruita. In fine si trovano aggiunte queste parole; *così di qualunque ragione ec.* acciò l'apportaro esempio non lasci dubbio, che la dimostraazione non sia generale. Poi a carte 14 dello stesso capitolo vi è il testo seguente; *diviso il diametro in qualunque ragione razionale, il quadrato del seno è mezzo armonico trà li rettangoli, che hanno per basi le parti del diametro, e per altezza il raggio*. Questa è proposizione generale, non già del detto Autore, ma della Geometria; è di nozione comune, e ciascun Geometra ha debito di saperla.

Il periodo di M. Rousseau è a carte 480 del suo Dizionario di Musica; è di propria di lui sentenza, mentre nello stesso luogo della detta dimostrazione dice nel suo trassunto: *Io oltrepasso espressamente tutte le altre proposizioni del Sig. Tartini sopra la natura*

aritmetica, armonica, e geometrica del Circolo, come anche sopra li termini della serie armonica da lui data sopra la ragion sesfupla, perchè le sue prove date solamente in cifre non stabiliscono veruna dimostrazione generale; oltredicchè paragonando egli spesso tra di loro delle grandezze eterogenee, trova delle proporzioni in cose, nelle quali non è possibile nemmeno di vedervi rapporto alcuno. Così quando Egli crede di provare che il quadrato d'una linea è medio proporzionale d' una tal data ragione, Egli non prova altro, se non che un dato numero è medio proporzionale tra due altri; perchè le superficie, ed i numeri astrati non essendo della medesima natura non si possono tra di loro paragonare.

Siano dunque applicati nella presente figura li tre numeri del Sig. Tartini nel modo seguente. Sia il dia-

diametro AB = 10, che è la somma degli estremi 3, 7. Saranno le parti del diametro AC = 3, CB = 7, e sarà il raggio IV = 5. E' dunque certo, che essendo l'area del rettangolo AE = 15, perchè $\overline{AC} = 3 \times \overline{CE} = 5 = 15$; essendo l'area del rettangolo EB = 35, perchè $\overline{EC} = 5 \times \overline{CB} = 7 = 35$; le parti del diametro essendo AC = 3, CB = 7, e però l'area del quadrato CO dedotto dal seno CD essendo = 21, si verifica per numerica dimostrazione che 21 è mezzo armonico tra gl'estremi 15, 35 per la definizione di questo mezzo, del quale le differenze tra gl' estremi dovendosi trovare in ragione eguale alla ragione degl'estremi, e le differenze essendo 15: ⁶ 21: ¹⁴ 35, in numeri primi, 3: 7, questa è la ragione delli estremi 15: 35. Nulla poi importa in questa dimostrazione, che il seno CD (quantità sorda) non possa esprimersi col numero per radice quadrata, ma unicamente, e onninamente importa, che la numerica dimostrazione si verifichi nelle aree dei due rettangoli, e del quadrato, le quali essendo della categoria delle superficie, non sarà certamente possibile a veruno di sostenere, che *non sieno cose della stessa natura*, e che in conseguenza *non si possano tra loro paragonare*.

E' ugualmente certo per numerica dimostrazione che la ragione 3: 7, in cui sono le parti, AC, CB, ridotta a proporzione geometrica discretta con li tre mezzi determinati, armonico, aritmetico, e contrarmonico, è = 15: 21: 25: 29: 35, di cui 21 è il mezzo armonico, 25 l'aritmetico, e 29 il contrarmonico, e gl'estremi 15: 35 = 3: 7. Adunque applicandosi li tre termini 15, 21, 35 di questa proporzione, 15 all'area del rettangolo AE, 21 all'area del quadrato CO, 35 all'area del rettangolo EB, tanto

to è lontano, che l' Autore abbia qui fatto entrare quantità eterogenee, quantocchè non è dimostrabile l' area del rettangolo AE, se non che dalla moltiplica di AC $=3$ per CE $=5$, di cui il prodotto è AE $=15$; l' area del quadrato CO dalla moltiplica di AC $=3$ per CB $=7$, di cui il prodotto 21 (come dimostra Euclide nel suo sesto libro degli Elementi di Geometria) è eguale all' area del quadrato CO; l' area del rettangolo EB finalmente dalla moltiplica della linea CE $=5$ per CB $=7$, di cui il prodotto è $=$ EB $=35$. L' equivoco del celebre Soggetto M. Rousseau è nelle due parole *numeri astratti*. In questa dimostrazione non sono altrimenti astratti; sono concretati alla ragione, e proporzione, in cui identificamente convengono colle aree suddette. Queste tutte sono tra loro omogenee, e della stessa natura, purchè contenute ed abbracciate da una sola categoria, cioè dalla categoria delle superficie, e le superficie sono determinate tra loro dai dati, e dalle figure alle tali dimostrate ragioni, e proporzioni. Dimostrando queste ragioni, e proporzioni col numero, non perciò si cambia il piano universale delle ragioni è proporzioni, nel quale è forza, che ugualmente si risolvano (ciascuna nella sua categoria) le linee, le superficie, li solidi, e quanto vi è di rapporto tra i termini di quantità razionale. Adunque se il numero altro non dimostra, che le ragioni, e proporzioni, il piano del numero è universale, ugualmente addattabile, e comune alle linee, alle superficie, ed ai solidi (ciascuno nella propria categoria) quando si tratti di ragioni, e proporzioni di quantità razionale. Non si sa realmente capire come sì celebre Soggetto abbia ivi introdotto di propria sentenza quel periodo, in cui, nè si verifica, che la ivi criticata dimostrazione *non sia generale*, perchè nella razionale quantità è affat-

to

to universale, nè si verifica, che ivi *si introducano quantità eterogenee*, perchè anzi con matematico rigore ivi si versa sulle sole ragioni, e proporzioni trasportate collo stesso esponente di ragione dalla categoria delle linee alla categoria della superficie, con le quali ragioni e proporzioni il Sig. Tartini vuole dimostrare la sua proposizione, che unicamente da esse dipende. Perciò appunto il detto Autore mi fece avvertire, che nel suo testo a carte 24 ha limitata la geometrica proposizione con le parole: *in qualunque ragione razionale*, perchè sebben la Geometria possa dimostrare lo stesso nella quantità sorda, valendosi Egli del solo numero, doveva necessariamente limitarla alla sola quantità razionale. Aggiunse, che la quantità sorda non avendo luogo alcuno nel Musicale Sistema, se anche il numero avesse la facoltà di esprimerla (Egli sostiene, e ben chiaramente dimostra esservi questa facoltà nel numero inteso nel suo vero senso, e ne ha data pubblica prova nella sua risposta al Critico del suo Trattato M. le Serre a carte 30 in una geometrica figura, dove col solo numero dimostra le linee di quantità sorda) nel detto sistema non sarebbe di uso alcuno.

L'unica matematica prova per dimostrare la totale universalità di una proposizione si è di dimostrare coll' analisi algebrica in lettere, quello si è dimostrato in numero. Proviamoci dunque.

Sia il raggio IV $= a$, sarà per conseguenza il diametro AB $= 2a$ sia il segemento qualunque AC $= x$, sarà per conseguenza l'altro CB $= \overline{2a - x}$. Essendo per la Geometria il quadrato del seno CD $=$ al rettangolo delli segementi del diametro, sarà dunque il seno CD $= \sqrt{2ax - x}$.

Posto tutto questo per natura della proposizione avre-

vremo la ſeguente proporzione geometrica, che dimoſtrata tale dal prodotto degli eſtremi eguale a quello delli medii, oppure dalla ſucceſſiva diſtruzione delli termini dell'equazione che da tale prodotto naſcerà ſino al zero, queſta ſarà la unica matematica prova della totale ſua univerſalità in natura (come m'inſegneranno tutti gl'inſigni Analitici) non ſolo nelle ragioni razionali, ma ancora in tutte le poſſibili ragioni irrazionali, che è molto più di quello ſi era contentato dimoſtrare il Sig. Tartini; in modo tale che non vi ſarà mai punto di diviſione nel diametro, ne ſeno, che a queſta propoſizione non ſia in tutto e per tutto ſoggetto; ma andiamo alla proporzione promeſſa.

Sarà $\overline{ax - 2ax + x^2} : \overline{2ax - x^2 - 2a^2 + ax} :: \overline{x} : \overline{2a - x}$

Ho detto: $\overline{x} : \overline{2a - x}$, perchè per la Geometria quando ſi moltiplicano due line diſuguali per una terza linea, li rettangoli che ne naſcono ſono dimoſtrativamente nalla medeſima ragione, che erano le linee diſuguali; perciò avendo in tale occaſione moltiplicati li due ſegmenti del diametro $\overline{x}$, $\overline{2a - x}$ per il raggio, a, ſi trova dimoſtrativamente $\overline{ax} : \overline{2a^2 - ax} :: \overline{x} : \overline{2a - x}$, onde leggitimamente poſſo ſoſtituire nella prima proporzione geometrica queſta ultima ragione $x : 2a - x$ invece dell' altra $a\overline{x} : \overline{2a^2 - ax}$ a ſcanſo di una moltiplica più lunga e ſuperflua, potendoſi queſta in modo più corto e ſemplice fare, ed ottenendone con rigore matematico lo ſteſſo intento; dunque ſi moltiplichino nella prima proporzione geom: gl'eſtremi, e ſe il loro prodotto ſarà egua-

guale a quello delli medii, oppure se si riddurà l'equazione $=$ a zero sarà dimostrata analiticamente la universalità totale di detta proposizione come ho detto di sopra.

Sia dunque di nuovo la prima sopraccennata proporzione geometrica $ax - 2ax + x^2 : 2ax - x^2 - 2a^2 + ax :: x : 2a - x$

Facendo il prodotto degl'estremi e quello delli medii si averà $2ax^2 - x^3 - 2ax^2 + ax^2 = 2a^2x - 4a^2x + 2ax^2 - ax^2 + 2ax^2 - x^3$

Portando $- x^3$ nell'altro membro dell'equazione colla solita mutazione di segno si averà $2ax^2 - 2a^2x + ax^2 = 2ax^2 - 4a^2x + 2ax^2 - ax^2 + 2ax^2$

Portando $2ax^2$ nell'altro membro dell'equazione si averà $- 2ax^2 + ax^2 = 2a^2x - 4a^2x + 2ax^2 - ax^2$

Portando $- 2a^2x$ nell'altro membro dell'equazione si averà $ax^2 = 2ax^2 - ax^2$

Portando infine ax^2 nell'altro membro dell'equazione si averà per ultimo, $0 = 0$

Cih che doveva dimostrarsi.

Ho voluto dare questa dimostrazione in algebra, acciò ogn'uno si persuada che se il Sig. Tartini enunzia le sue proposizioni, e le dimostra solamente col numero, non è perchè in sè elleno non sieno universali, ne riducibili all'algebra, ma perchè ad esso manca per accidente la pratica materiale del maneggio delle lettere algebriche, della quale veramente io sono dimostrativamente convinto, non aver egli alcun bisogno.

Ma

Ma ciò che realmente mi sorprese, e che è la vera cagione di questo foglio, si è l'avermi dimostrativamente convinto della facoltà ed uso del mezzo contrarmonico, del quale uso, e facoltà manca affatto la nozione in Geometria, nulla spendendosi di più che la definizione. Dedotta dalla ragione 3 : 7 la proporzione geometrica discreta colli tre mezzi determinati in 15: 21: 25: 29: 35; dimostrata l'area del rettangolo AE = 15, del quadrato CO = 21, del quadrato AV = 25, del rettangolo EB = 35, rimaneva a dimostrare la facoltà, e l'uso del mezzo contrarmonico 29, senza di che ne io, ne altri poteva essere persuaso della inutile assegnazione di un termine, che non ha uso alcuno in quella figura, dove lo hanno gli estremi 15: 35, ed i due mezzi armonico 21, aritmetico 25 della detta proporzione. Ricercato da me l'Autore su questo punto, Egli con molta flemma, e pari accortezza mi fece dedurre l'area intiera del semiquadrato AN. Io glie la dimostrai = 50, perchè BN = 5 X BA = 10 = 50. Da quest' area egli mi fece sottrare l'area del quadrato del seno = 21. Nell'avanzo della sottra mi viddi comparire l'area irregolare = 29 dimostrata dal mezzo contrarmonico 29 egualmente che le altre aree regolari dimostrate dalli due mezzi, e dalli due estremi della intiera proporzione 15: 21: 25; 29: 35. Gli chiesi se questo era caso particolare delli due estremi 3 : 7, o universale di qualunque ragione proposta in termini razionali? Mi rispose col fatto dimostrandomi a prova la realità di questo mezzo che dimostra l'area irregolare avanzata dalla sottra in qualunque assegnabile ragione ridotta a proporzione geometrica discreta con li trè mezzi determinati; nè dandosi ragione in termini razionali, che non possa ridursi a tale

tale proporzione, perciò è di universalità totale nella Geometria, a cui finora è stato incognito il di lui uso, ed applicazione. Al fatto, e alla dimostrazione non essendovi risposta, s'immagini chiunque quale io mi restassi al vedermi scoperta sotto gl' occhi una tale verità, e di tali conseguenze da una Persona; che certamente nulla sa di Geometria, ma che si dichiara, e professa di sapere in ben altro modo, che nel comune, la sola scienza delle ragioni; e proporzioni si in astratto, che in concretto. E' pur troppo vero che nelle Matematiche discipline questa parte di scienza rimane ancora imperfetta per quanto Soggetti insigni si siano affaticati per avvanzarla. Prova più evidente e più luminosa di questa, per esser convinti che un tale Uomo realmente posseggа la vera, ed intiera scienza delle ragioni, e proporzioni, non può assegnarsi. E' dunque interesse comune della dotta matematica Classe, che quest' Uomo sia spinto ad esporla, ed a pubblicarla; ed era mio debito particolare di palesare con questo foglio, quanto col medesimo mi è occorso ad onta della di lui ritrosia. Se questo intento si ottiene, non si dolga, ma si compiaccia il celebre M. Rousseau del di lui sbaglio, che avrà prodotto un tanto beneficio, e che in si dotto Soggetto non può essere sopravvenuto, che dall'esame superficiale di quel luogo, dove appunto versa il Sig. Tartini sulle ragioni, e proporzioni, ma però profondo a raguaglio del poco che si sa comunemente delle medesime. Mi compiaccio anch' io ano tanto perchè essendo parziale di questo Trattato di Musica, nè reggendo la unica opposizione, che a questo Trattato ha fatta M. Rousseau, mi trovo parziale del vero, quanto perchè la buona mia sorte mi pone al caso di fare un pubblico importantissimo beneficio alle Matematiche Discipline.

IL FINE.